1.2) Para verificar que son subespacios tengo que ver que se cumplan:

I) $\mathbf{0} \in S$

II) $v, w \in S \Rightarrow v+w \in S$

III) $\lambda \in K,\ v \in S \Rightarrow \lambda . v \in S$

a) $S_1 = \{[x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3 : x-y-z=0\}$

I) el $\bar{0}$ pertenece a S_1 ya que ~~como~~ con $x=0, y=0, z=0 \to 0-0-0=0 \to 0=0$ ✓

II) ~~Tomo $v=(x_1-y_1-z_1=0)$ y $w=(x_2-y_2-z_2=0)$~~

~~$v+w=(x_1-y_1-z_1$~~

Tomo $v = \overbrace{(x_1, y_1, z_1)}^{x_1-y_1-z_1=0}$ y $w = \overbrace{(x_2, y_2, z_2)}^{x_2-y_2-z_2=0}$

$v+w = (x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2)$

En la ecuación $\to (x_1+x_2)-(y_1+y_2)-(z_1+z_2) = 0 \in S.$ ✓

$\underbrace{(x_1-y_1-z_1)}_{=0} + \underbrace{(x_2-y_2-z_2)}_{=0} = 0 \to 0+0=0$

III) Tomo $v=(x,y,z) \to$ ~~xx~~ $x-y-z=0$ y $\lambda \in K$

$\to \lambda v = (\lambda x, \lambda y, \lambda z) \to \lambda x - \lambda y - \lambda z = 0 \to \lambda . \underbrace{(x-y-z)}_{=0} = 0 \to \lambda . 0 = 0.$ ✓

ES SUBESPACIO

1.26) $S_2 = \{[x\ y\ z]^T \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$

(I) el $\bar{0} \in S_2$ ya que con $x=0, y=0, z=0 \to 0+0-0=0 \to 0=0$ ✓

(II) Tomo $v = (x_1, y_1, z_1) \to x_1 + y_1 - z_1 = 0$

$w = (x_2, y_2, z_2) \to x_2 + y_2 - z_2 = 0$

$v + w = (x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2) \to (x_1+x_2) + (y_1+y_2) - (z_1+z_2) = 0 \to$

$\to \underbrace{(x_1 + y_1 - z_1)}_{=0} + \underbrace{(x_2 + y_2 - z_2)}_{=0} = 0 \to 0 + 0 = 0 \to 0 = 0$ ✓

(III) Tomo $v = \overbrace{(x, y, z)}^{\to x+y-z=0} \to \overset{\lambda \in K}{\lambda v} = (\lambda x, \lambda y, \lambda z) \to$

$\to \lambda x + \lambda y - \lambda z = 0 \to \lambda . \underbrace{(x + y - z)}_{=0} = 0 \to \lambda . 0 = 0 \to 0 = 0$ ✓

ES SUBESPACIO

c) $S_3 = \{[x\ y\ z]^T \in \mathbb{R}^3 : \underbrace{x - y - z = 0}_{①} \wedge \underbrace{x + y + z = 0}_{②}\}$

(I) el $\bar{0} \in S_3$ ya que tomando $(x\ y\ z) = (0\ 0\ 0) \to$ en ① $\to 0 - 0 - 0 = 0 \to 0 = 0$ ✓

en ② $\to 0 + 0 + 0 = 0 \to 0 = 0$ ✓

(II) Tomo $v = (x_1, y_1, z_1) : x_1 - y_1 - z_1 = 0 \wedge x_1 + y_1 + z_1 = 0$

$w = (x_2, y_2, z_2) : x_2 - y_2 - z_2 = 0 \wedge x_2 + y_2 + z_2 = 0$

$v + w = (x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2) : (x_1+x_2) - (y_1+y_2) - (z_1+z_2) = 0 \wedge (x_1+x_2) + (y_1+y_2) + (z_1+z_2) = 0$

$\underbrace{(x_1 - y_1 - z_1)}_{=0} + \underbrace{(x_2 - y_2 - z_2)}_{=0} = 0 \wedge \underbrace{(x_1 + y_1 + z_1)}_{=0} + \underbrace{(x_2 + y_2 + z_2)}_{=0} = 0$

$0 + 0 = 0$ $\quad$ $0 + 0 = 0$

$0 = 0$ ✓ $\quad$ $0 = 0$ ✓

III Tomo $v=(x,y,z)$: $x_1-y_1-z_1=0 \wedge x_1+y_1+z_1=0$

$\alpha \in K$, $\alpha v=(\alpha x,\alpha y,\alpha z)$: $\alpha x_1-\alpha y_1-\alpha z_1=0 \wedge \alpha x_1+\alpha y_1+\cancel{\alpha z_1}=0$

$$\alpha\cdot(\underbrace{x_1-y_1-z_1}_{=0})=0 \quad \wedge \quad \alpha\cdot(\underbrace{x_1+y_1+z_1}_{=0})=0$$

$$\alpha\cdot 0=0 \qquad\qquad \alpha\cdot 0=0$$

$$0=0 \checkmark \qquad\qquad 0=0 \checkmark$$

ES SUBESPACIO